

# Médian AG41 - Printemps 2005

Durée 2 heures - Documents autorisés

## 1 Cours

1. Quelles sont les différentes méthodes exactes et générales permettant de résoudre un programme linéaire en nombre entier ? Détailler.
2. Peut-on utiliser l'algorithme du simplexe pour résoudre un système d'équations linéaires classiques comme celui qui suit ? Détailler.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \dots \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

3. Montrer sur un exemple simple que le problème du voyageur de commerce ne rentre pas dans la catégorie des problèmes de programmation dynamique.

## 2 Exercice 1 : Simplexe

Soit le programme linéaire suivant :

$$\begin{cases} \max z = 2x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 + x_3 \leq 1 \\ x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0 \end{cases}$$

1. Mettre ce programme linéaire sous forme standard.
2. Donner la base initiale et la solution initiale de ce PL.
3. Résoudre ce PL et donner la solution optimale ainsi que la base correspondante.

## 3 Exercice 2 : Dual

Soit le PL suivant :

$$\begin{aligned} \text{Max } z = & x_1 + 2x_2 \\ & -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1 - 4x_2 \leq 4 \\ & x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1. Résoudre ce PL par la méthode de votre choix.
2. Donner le dual de ce PL.
3. Résoudre également le dual.

## 4 Exercice 3 : Algorithme de Little

Soit le problème du voyageur de commerce (PVC) suivant :

	A	B	C	D	E
A		11	7	13	11
B	5		8	15	15
C	13	15		12	11
D	5	13	5		10
E	3	7	7	7	

1. Donner une évaluation de la distance minimale de toute solution de ce PVC.
2. Calculer les pénalités de la matrice initiale.
3. Utiliser l'algorithme de Little pour donner la solution optimale de PVC.

## 5 Exercice 4 : Problème de transport

Soit le problème de transport défini par le tableau suivant :

	1	2	3	
A	12	8	11	1
B	7	9	17	1
C	9	6	12	1
	1	1	1	

1. Quelle est la solution donnée par la méthode du coin nord-ouest ?
2. Peut-on appliquer la méthode du stepping-stone ? Pourquoi ?
3. En utilisant le principe de la méthode du stepping-stone, essayer de résoudre ce problème de transport.