Médian AG41 - Printemps 2003

Durée 2 heures - Documents autorisés

Nom Prénom :

Exercice 1

1. Donner la complexité d'un algorithme de résolution par énumération du voyageur de commerce à $\boldsymbol{n}$ villes.

   Réponse :

2. Combien y a-t-il de variables de base et hors base pour un programme linéaire (PL) comportant $\boldsymbol{n}$ contraintes d'infériorité et $\boldsymbol{m}$ variables initiales ? Détailler.

   Réponse :

3. Combien y a-t-il de variables de base et hors base pour un programme linéaire comportant $\boldsymbol{n}$ contraintes d'égalité et $\boldsymbol{m}$ variables initiales $(\boldsymbol{m} > \boldsymbol{n})$? Détailler.

   Réponse :

4. Donner le tableau simplexe correspondant au PL suivant :

$$\begin{cases} \max \boldsymbol{z = 2x_1 + 4x_2 + 6x_3} \\ \boldsymbol{5x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 3} \\ \boldsymbol{6x_1 + 3x_2 + 9x_3 \leq 5} \\ \boldsymbol{x_1 \geq 0 \,;\, x_2 \geq 0 \,;\, x_3 \geq 0} \end{cases}$$

   Réponse :

Exercice 2 : Tableau Simplexe

1. Effectuer une itération sur le tableau simplexe suivant en utilisant les 2 critères de Dantzig pour sélectionner les variables entrante et sortante.

x_1	x_2	x_3	x_4	-z
4	8	1	0	2
3	9	0	1	6
8	7	0	0	0

2. Indiquer les variables entrante et sortante.

   Réponse :

3. Indiquer la nouvelle base.

   Réponse :

4. Indiquer la matrice de base.

   Réponse :

5. Donner les troncatures de Gomory relatives à cette base.

   Réponse :

Exercice 3 : Dual

1. Donner le dual du PL primal suivant :

PL primal	Réponse :
$\begin{cases} \min\ \boldsymbol{z = 2x_1 + 4x_2 + 6x_3} \\ \boldsymbol{5x_1 + 4x_2 + 7x_3 \geq 3} \\ \boldsymbol{6x_1 + 3x_2 + 9x_3 \geq 5} \\ \boldsymbol{x_1 \geq 0}\,;\, \boldsymbol{x_2 \geq 0}\,;\, \boldsymbol{x_3 \geq 0} \end{cases}$	

2. Expliquer pourquoi la solution initiale du primal n'est pas admissible (après introduction des variables d'écart).

Réponse :

3. Si on choisit de résoudre le primal par la méthode du grand M, donner l'expression de la fonction objectif $\boldsymbol{z}$ en fonction des variables hors base avant d'appliquer le simplexe.

Réponse :

4. Donner le tableau simplexe donnant la solution optimale du dual.

Réponse :

5. Utiliser les relations d'exclusion pour trouver l'optimal du primal.

Réponse :

Exercice 4 : Voyageur de commerce et Little

1. Indiquer si la matrice suivante est une matrice de distance.

	A	B	C	D
A	0	2	4	8
B	4	0	8	2
C	2	8	0	4
D	8	4	2	0

Réponse :

2. Donner l'arborescence explorée par l'algorithme de Little pour résoudre le voyageur de commerce à 4 villes suivant, en précisant pour chaque sommet son évaluation et pour chaque arc, le choix correspondant.

	A	B	C	D
A	0	1	2	2
B	2	0	1	2
C	4	2	0	1
D	8	4	2	0

Réponse :

3. Donner la solution optimale de ce voyageur de commerce et sa longueur.

Réponse :

Exercice 5 : Réseau de transport

1. Donner la représentation graphique d'une chaîne améliorante du réseau de transport défini par les arcs (arc/flux[capacité]) : OA/12[12] ; OB/10[15] ; OC/15[15] ; AD/7[10] ; AF/5[5] ; BE/8[10] ; BF/2[2] ; CE/4[5] ; CF/6[10] ; CD/5[5] ; EP/12[12] ; FP/13[15] ; DP/12[15].

Réponse :

2. Améliorer au mieux cette chaîne. Donner pour chaque arc de cette chaîne, le flux correspondant.

Réponse :

3. Conclure sur la valeur du flux maximal de ce réseau de transport.

Réponse :

Exercice 6 : Problème de transport

1. Soit un problème de transport comportant 3 fournisseurs dont les disponibilités sont 30, 20 et 25 ; et 4 clients dont les demandes sont 15, 27, 21 et 12. Donner la solution du coin nord-ouest de ce problème.

   Réponse :

2. On donne la matrice des coûts unitaires de déplacements (à gauche) et une solution meilleure que celle du coin nord-ouest. Appliquer la méthode du stepping-stone pour donner la solution optimale.

	1	2	3	4
A	8	10	6	5
B	4	6	20	8
C	2	7	13	10

	1	2	3	4
A	15		15	
B		20		
C		7	6	12

   Réponse :