

Séance de TD 06

1 Exercice 1 : algorithme de Prim / Kruskal

1.1 Algorithme de Prim

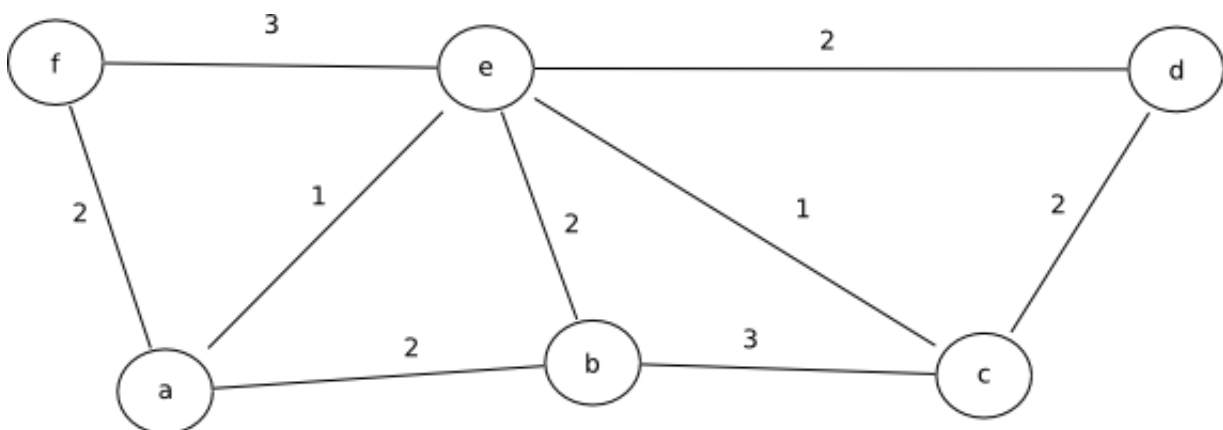
Donnez l'algorithme de Prim

```

ACM_Prim(G,w,r)
  Pour chaque u de S[G] Faire
    clé[u] <- +infini
    P[u] <- Nil
  FinPour
  clé[r] <- 0
  F <- S[G]
  Tant que F != 0 Faire
    u <- ExtraireMin[P]
    Pour chaque v dans adj(u) Faire
      Si u est dans F et  $w(u,v) < \text{clé}[v]$  Alors
        P[v] <- u
        clé[v] <-  $w(u,v)$ 
      Finsi
    Fintantque
  Fintantque
Fin

```

Appliquez l'algorithme de Prim sur le graphe ci-dessous, pour obtenir un arbre de poids minimum



Le départ est fixé sur le sommet a. Le chemin de meilleur coût est le suivant :

a-f-e-b-c-d

Le coût est de 12. Le coût minimal théorique étant de $2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 8$.

1.2 Algorithme de Kruskal

Donnez l'algorithme de Kruskal

Soit A l'ensemble des arêtes. $a = (u, v)$ tel que $a \neq \infty$.

Soit i entier.

Triez les arêtes de A tel que $w(a_1) \leq \dots \leq w(a_m)$.

```
X <- 0 // ensemble des arêtes de l'ACM
Y <- 0
Tant que i <= m
  Si {a_i} Union > est acyclique Alors
    X <- X Union {a_i}
  Sinon
    Y <- Y Union {a_i}
  Finsi
  i <- i + 1
FinTantQue
Retourner X
```

Appliquez l'algorithme de Kruskal sur le graphe précédent

$W = u(a, e) = w(e, c) < w(a, f) = w(a, b) = w(e, d) = w(c, d) = w(e, b) < w(e, f) = w(b, c)$.

2 Exercice 2 : Algorithme de Dijkstra

L'algorithme de Dijkstra s'applique à un graphe orienté.

Donnez l'algorithme de Dijkstra

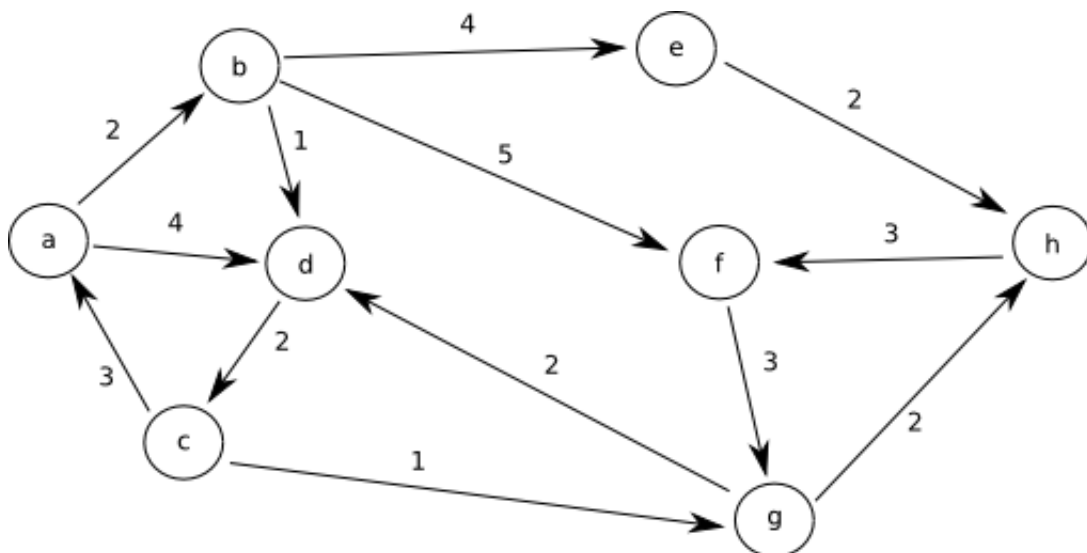
```
Dijkstra(G,w,r,d)
  d(r) <- 0
  Pour tout x != r Faire
```

```

T <- S[G]
FinPour
Tant que T != 0 Faire
  Soit x dans T / d(x) = m
  Pour tout y dans T, y <- adj(x) Faire
    d(y) <- min(d(y), d(x) + a(x,y))
  Finpour
  T <- T privé de {x}
FinTantque
Fin

```

Appliquez l'algorithme sur le graphe orienté suivant, afin d'obtenir les plus courts chemins issus du sommet a



- a-d : 4, mais a-b-d : 3 \Rightarrow On casse la liaison a-d.
- a-b : 2
- a-c : 5 (via abdc)
- a-d : 3 (via abd)
- a-e : 6 (via abe)
- a-f : 7 (via abf)
- a-g : 6 (via abdcg)
- a-h : 8